Übungen zu Partielle Differentialgleichungen I

Blatt 11

1 Sei E ein Banachraum und $\Omega \subset E$ offen und zusammenhängend, dann lassen sich zwei Punkte $x, y \in \Omega$ durch einen ganz in Ω verlaufenden Polygonzug verbinden.

2 Sei $B_R = B_R(0) \subset \mathbb{R}^n$, $S_R = S_R^n \subset \mathbb{R}^{n+1}$,

$$\pi_R : S_R \backslash \{0, \ldots, 0, R)\} \to \mathbb{R}^n$$
$$\pi_R(x, x^{n+1}) = \frac{x}{R - x^{n+1}}$$

die stereographische Projektion und

$$T(x) = \frac{R^2}{|x|^2} x, \qquad 0 \neq x \in B_R,$$

die Spiegelung an der Sphäre, dann gilt

$$\pi_R^{-1} \circ T \circ \pi_R(x, x^{n+1}) = (x, -x^{n+1}).$$

3 Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen und zusammenhängend und besitze $u \in C^0(\Omega)$ die Mittelwerteigenschaft für Kugeln, dann nimmt u in Ω kein Extremum an, es sei denn u wäre konstant.

4 Zeigen Sie, daß die Poissonsche Integralformel, die wir zunächst nur für $u \in C^2(B_R) \cap C^1(\bar{B}_R)$ bewiesen haben, auch für $u \in C^2(B_R) \cap C^0(\bar{B}_R)$ gültig ist.