

Übungen zu Höhere Mathematik für Physiker II

Blatt 3

1 Man zeige, daß die Reihe $((x^n e^{-n|x|}))$ auf \mathbb{R} gleichmäßig konvergiert. 2

2 Sei $E \neq \emptyset$, F ein Banachraum und $f_n, g_n : E \rightarrow F$ gleichmäßig konvergente Folgen mit Limes f bzw. g , dann konvergiert die Folge $f_n + g_n$ gleichmäßig nach $f + g$. 2

Ist F ein Hilbertraum und sind die Grenzfunktionen f, g gleichmäßig beschränkt auf E , d.h. ist $\sup_{x \in E} \|f(x)\| < \infty$, entsprechend für g , dann folgt

$$\langle f_n, g_n \rangle \Rightarrow \langle f, g \rangle.$$

2

3 Sei $f_n : E \rightarrow \mathbb{R}$ gleichmäßig konvergent mit Limes f und existiert eine Konstante $c > 0$, so daß

$$|f_n(x)| \geq c \quad \forall x \in E, \forall n \in \mathbb{N},$$

dann konvergiert f_n^{-1} gleichmäßig nach f^{-1} . 2

4 Sei $0 < \epsilon_n$ eine Nullfolge. Man beweise, daß die Funktionenfolge $f_n(x) = \sqrt{\epsilon_n^2 + |x|^2}$ gleichmäßig auf \mathbb{R} nach $f(x) = |x|$ konvergiert. 2

5 Man beweise, daß die Reihe $((x^n(1-x)))$ auf $(-1, 1]$ zwar punktweise konvergiert, aber nicht gleichmäßig. 3