

Übungen zur Funktionalanalysis

Blatt 10

1 Sei $\dim H = \infty$, $A \in L(H)$, $\dim N(A) < \infty$, so folgt $\dim R(A) = \infty$.

2

2 Sei $(e_i)_{i \in \mathbb{N}}$ eine ONB von H und

$$(0.1) \quad M_n = \langle e_1, \dots, e_n \rangle.$$

Sei $A \in L(H)$, so gilt

$$(0.2) \quad A \text{ kompakt} \iff \sup\{\|Au\| : u \in M_n^\perp, \|u\| = 1\} \rightarrow 0.$$

8

3 Sei $A \in L(H)$ s.a., dann gilt

$$(0.3) \quad \|A^n\| = \|A\|^n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

10

4 Sei $\Omega \in \mathbb{R}^n$ eine beschränktes Gebiet mit $\partial\Omega \in C^2$ und

$$(0.4) \quad A = -\Delta : D(A) = C_c^\infty(\Omega) \subset L^2(\Omega, \mathbb{K}) \rightarrow L^2(\Omega, \mathbb{K}).$$

Zeigen Sie, daß A abschließbar ist und bestimmen Sie seinen Abschluß \bar{A} .

10