Übungen zu Krümmungsproblemen

Blatt 9

1 Beweisen Sie Lemma 1.8.3 und betrachten Sie auch den Fall N Riemannsch.

2 Beweisen Sie die Theoreme 2.7.10 und 2.7.11.

3 Sei $x = x(t, \xi)$ eine Lösung des Krümmungsflusses

$$\dot{x} = -\sigma(\Phi - \tilde{f})\nu \tag{0.1}$$

mit kompakter Anfangshyperfläche M_0 in einem maximalen Zeitintervall $[0, T^*)$. Sei M_0 eine untere Barriere und nehme an, daß eine zusammenhängende, offene Menge Ω von M_0 und einer oberen Barriere M_2 berandet wird, so daß sowohl die üblichen Barrierebedingungen als auch die Regularitätsanforderungen alle erfüllt sind. Dann bewegt sich der Fluß in $\bar{\Omega}$ und berührt nie die obere Barriere.

Hinweis: Betrachten Sie die Gleichung für $\Phi - \tilde{f}$, um den zweiten Teil der Aufgabe zu beweisen.

4 Sei $M = M^n$ eine kompakte Riemannsche Mannigfaltigkeit, $g_{ij} \in C^2(I \times M)$, $I = [0, T^*)$, eine zeitabhängige Riemannsche Metrik und $u \in C^2(I \times M)$ eine Lösung des AWP

$$\dot{u} - a^{ij}u_{ij} + b^i u_i + cu = 0 \tag{0.2}$$

mit $u(0) = u_0 \geq 0$, wobei a^{ij} gleichmäßig elliptisch ist und $a^{ij}(t, \cdot) \in C^2(M)$, $b^i(t, \cdot) \in C^1(M)$ und $b(t, \cdot) \in L^\infty(M)$ mit gleichmäßigen Schranken, dann gilt

$$u(t, \cdot) > 0 \qquad \forall\, 0 < t < T^*, \tag{0.3}$$

es sei denn

$$u_0 \equiv 0. \tag{0.4}$$