Übungen zu Krümmungsproblemen

Blatt 7

1 Führen Sie den Induktionsbeweis im Falle $m \ge 3$ im Beweis von Theorem 2.5.9 durch.

2 Beweisen Sie, daß der Krümmungsfluß

$$\dot{x} = -\sigma(\Phi(F) - f(t))\nu \tag{0.1}$$

mit Anfangshyperfläche M_0, wobei

$$f(t) = \frac{1}{|M(t)|} \int_{M(t)} \Phi(F), \tag{0.2}$$

für kleine Zeiten existiert, wenn die üblichen Voraussetzungen erfüllt sind.

3 Sei $N = N^{n+1}$ eine Riemannsche Mannigfaltigkeit, $A \subset N$ eine meßbare Menge, $\Omega \subset N$ offen, so definieren wir den Perimeter von A in Ω, $\mathcal{P}(A, \Omega)$, durch

$$P(A, \Omega) = \sup\{ \int_A \operatorname{div} \eta \colon \|\eta\| \le 1,\ \eta = (\eta^\alpha) \in C_c^1(\Omega, T(N)) \}. \tag{0.3}$$

Wenn der Perimeter endlich ausfällt, dann ist $\chi_A \in BV(\Omega)$, d.h. $D\chi_A$ ist ein vektorwertiges Maß in Ω und der Perimeter die *Totalvariation* dieses Maßes in Ω.

Sei jetzt A in einem Gaußschen Koordinatensystem $((x^\alpha), \mathcal{S}_0)$ beschrieben durch

$$A = \{ a < x^0 < u(x) \colon x \in \mathcal{S}_0 \}. \tag{0.4}$$

Wenn dann $\Omega \cap \{x^0 = a\} = \emptyset$ und u Lipschitz, so gilt

$$\mathcal{P}(A, \Omega) = |M \cap \Omega| \quad \wedge \quad M = \operatorname{graph} u. \tag{0.5}$$