Übungen zu Krümmungsproblemen

Blatt 3

$\mathcal{S}_\Gamma$ wird immer als Teilmenge von $T^{0,2}(M)$ aufgefaßt, wobei M eine n–dimensionale Riemannsche Mannigfaltigkeit mit Metrik g_{ij} ist.

1 Sei $F \in C^{2,\alpha}(\Gamma)$ symmetrisch und konvex, dann ist auch $F \in C^{2,\alpha}(\mathcal{S}_\Gamma)$ konvex.

2 Sei $F \in C^2(\Gamma_+)$ und $\tilde{F}$ die inverse Krümmungsfunktion. Drücken Sie $\tilde{F}^{ij}$ und $\tilde{F}^{ij,kl}$ durch die enstprechenden Größen von F aus. Die m-ten Ableitungen von F in $\mathcal{S}_\Gamma$ symbolisieren wir auch mit $\mathcal{D}^m F$, so daß die Aufgabe lautet, berechnen Sie $\mathcal{D}\tilde{F}$ und $\mathcal{D}^2\tilde{F}$.

3 Schränken wir H_k auf Γ_+ ein, so ist $\tilde{H}_k \in (K)$ für $1 \le k \le n$.

4 Sei $F \in C^0(\bar{\Gamma}_+) \cap C^{2,\alpha}(\Gamma_+)$ symmetrisch, homogen vom Grade $d_0 > 0$, monoton wachsend und konvex, dann ist die Inverse $\tilde{F}$ von der Klasse (K).