Übungen zu Analyis II

Blatt 1

1 $f(x) = O(\|x - x_0\|^\alpha) \implies f(x) = o(\|x - x_0\|^\beta) \quad \forall\, 0 < \beta < \alpha$.

2 Sei $f : \Omega \to F$ n-mal differenzierbar, $n \geq 1$, so folgt $f \in C^{n-1}(\Omega, F)$.

3 Man beweise, daß $f(x) = |x|, x \in \mathbb{R}$, im Ursprung nicht differenzierbar ist.

4 Man zeige, daß die Funktion $f(z) = \bar{z}, z \in \mathbb{C}$, nirgends differenzierbar ist.

5 Man bestimme die Ableitung der reellen Funktionen

(i) $a^x, a > 0$
(ii) $\log\log(1 + x)$, $x > 0$
(iii) $(x^x)^x$, $x > 0$

6 Man zeige, daß

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

zu $C^2(\mathbb{R}) \backslash C^3(\mathbb{R})$ gehört.

7 Sei $f : \Omega \to F$ differenzierbar in x_0 und sei $\varphi : F \to \mathbb{K}$ ein stetiges lineares Funktional, dann ist $g = \varphi \circ f$ differenzierbar in x_0, und es gilt $g'(x_0) = \varphi(f'(x_0))$.