Übungen zu Analyis II

Blatt 3

1 Man bestimme die folgenden Grenzwerte

(i) $\lim_{x\to\infty}((1+\frac{1}{x})^x - e)$

(ii) $\lim_{x\to\infty}\big((1+\frac{1}{x})^x - e\log\big((1+\frac{1}{x})^x\big)\big)$

(iii) $\lim_{x\to 0}\big(\frac{\sin x}{x}\big)^{\frac{1}{x^2}}$

(iv) $\lim_{x\downarrow 0} x^x$

2 $\lim_{x\to\infty} x\log(1+\frac{1}{x}) = 1$.

3 $\lim_{x\to 0}(\sqrt{\cos ax} - \sqrt{\cos bx})x^{-2} = \frac{b^2-a^2}{4}$.

4 Beweisen Sie bitte, daß die rechte Seite der Ungleichung (3.4.7) nach der von (3.4.8) konvergiert.

5 Man beweise Remark 3.4.5.

6 Sei $((a_n x^n))$ eine in $\Omega = B_R(0) \subset \mathbb{K}$ absolut konvergente Potenzreihe und $f = f(x)$ ihre Summe, dann gilt

$$a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!} \qquad \forall\, n \in \mathbb{N}.$$

7 Sei $\Omega \subset \mathbb{K}$ offen, konvex und beschränkt, F ein Banachraum und $f_n : \Omega \to F$ eine Folge von differenzierbaren Funktionen, deren Ableitungen gleichmäßig in Ω konvergieren. Nehme an, f_n konvergiert in einem Punkt $x_0 \in \Omega$, dann konvergiert f_n gleichmäßig in Ω.