# Übungen zu Analyis II

Blatt 10

**1** Die sog. *Gammafunktion* ist in $\mathbb{R}_+^*$ definiert durch

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1}\, dt.$$

Man beweise bitte

(i) $\Gamma(x)$ ist für $x > 0$ wohldefiniert, da das Integral absolut konvergiert.
(ii) $\Gamma(1) = 1$ und $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$.
(iii) $\Gamma \in C^\infty(\mathbb{R}_+^*)$ und für die Ableitungen gilt

$$\Gamma^{(n)}(x) = \int_o^\infty (\log t)^n e^{-t} t^{x-1}\, dt.$$

(iv) Die Gammafunktion läßt sich auch in $\{\, z \in \mathbb{C}\colon\ \operatorname{Re} z > 0 \,\}$ definieren und genügt dort dem Analogon von (ii).

**2** Beweise Theorem 5.9.8.