Übungen zu Analysis I

Blatt 1

1 Man beweise Proposition 0.1.6, d.h.

$$p \wedge p \iff p \tag{0.0.1 (idempotence law)}$$

$$\begin{aligned} (p \wedge q) \wedge r &\iff p \wedge (q \wedge r) \\ (p \vee (q \vee r) &\iff p \vee (q \vee r) \end{aligned} \tag{0.0.2 (associative law)}$$

$$\begin{aligned} p \wedge (q \vee r) &\iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \\ p \vee (q \wedge r) &\iff (p \vee q) \wedge (p \vee r) \end{aligned} \tag{0.0.3 (distributive law)}$$

$$\begin{aligned} \neg(p \wedge q) &\iff \neg p \vee \neg q \\ \neg(p \vee q) &\iff \neg p \wedge \neg q \end{aligned} \tag{0.0.4 (de Morgan's law)}$$

2 Man verneine die Aussage

$$\underset{\epsilon>0}{\forall} \ \underset{\delta>0}{\exists} \ \underset{x,y\in\mathbb{R}}{\forall} \quad |x-y|<\delta \implies |x^2-y^2|<\epsilon.$$

Hierbei bezeichnet $\mathbb{R}$ die Menge der reellen Zahlen. Welche Aussage ist richtig, die verneinte oder die ursprüngliche?

3 Beweisen Sie Proposition 0.2.17.

4 Sei M eine Menge und $\mathcal{S} \subset \mathcal{P}(M)$. Zeigen Sie, daß

$$\complement \bigcup_{A\in\mathcal{S}} A = \bigcap_{A\in\mathcal{S}} \complement A,$$

$$\complement \bigcap_{A\in\mathcal{S}} A = \bigcup_{A\in\mathcal{S}} \complement A.$$

5 Sei M eine Menge. Was ist $M\backslash M$?

6 Definieren Sie die *symmetrische Differenz* $A \triangle B$ zweier Mengen A, B durch

$$A \triangle B = (A\backslash B) \cup (B\backslash A).$$

Beweisen Sie, daß

(i) $A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$

(ii) $A \triangle (B \triangle C) = (A \triangle B) \triangle C$