Universität Heidelberg / Institut für Informatik *23. April 2007*
Klaus Ambos-Spies

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Informatik (Informatik IV)
Blatt 1

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Das Spiegelwort x^R eines Wortes x erhält man dadurch, dass man das Wort von rechts nach links liest; d.h. $\lambda^R = \lambda$ und für $x = x(0)\dots x(n)$ gilt $x^R = x(n)\dots x(0)$. Ist die Funktion $rev : \Sigma_2^* \to \Sigma_2^*$, die einem Binärwort x sein Spiegelwort $rev(x) = x^R$ zuordnet, ein Homomorphismus? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Die Binärsprache L sei induktiv definiert durch

(i) $\lambda \in L$.

(ii) Gehört w zu L, so auch $0w1$ und $1w0$.

(iii) Gehören $v \neq \lambda$ und $w \neq \lambda$ zu L, so auch vw.

Zeigen Sie, dass die Sprache L mit der Sprache $L' = \{w \in \Sigma_2^* : \#_0(w) = \#_1(w)\}$ übereinstimmt, wobei $\#_i(w)$ die Anzahl der Vorkommen des Buchstaben i im Wort w bezeichne.

Hinweis: Führen Sie den Nachweis, dass jedes Wort w mit der Eigenschaft $\#_0(w) = \#_1(w)$ in L liegt, induktiv nach der Länge von w. Beobachten Sie hierbei, dass sich jedes nichtleere Wort $w \in L'$, dessen erster und letzter Buchstabe übereinstimmen, echt in zwei Teilwörter aus L' zerlegen lässt.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Klasse der entscheidbaren Sprachen gegen Vereinigung, Durchschnitt und Verkettung abgeschlossen ist. D.h. sind A und B entscheidbare Sprachen, so sind auch die Sprachen $A \cup B$, $A \cap B$ und AB entscheidbar.

Hinweis: Skizzieren Sie, wie sich aus Entscheidungsverfahren für A und B Entscheidungsverfahren für die angegebenen Sprachen gewinnen lassen.

Bitte wenden!

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen gelten allgemein? Gehen Sie dabei davon aus, dass es aufzählbare Sprachen gibt, die nicht entscheidbar sind.

(i) Die Mengendifferenz $A \setminus B = \{x : x \in A \ \& \ x \notin B\}$ von entscheidbaren Mengen A und B ist wiederum entscheidbar.

(ii) Die Mengendifferenz $A \setminus B$ von aufzählbaren Mengen A und B ist wiederum aufzählbar.

(iii) Die Komposition $f \circ g$ von berechenbaren Funktionen f und g ist wiederum berechenbar.

(iv) Sind Definitions- und Wertebereich einer partiellen Funktion φ entscheidbar, so ist φ partiell berechenbar.

Abgabe: Bis **Montag, den 30. April 2007** in der Vorlesung oder in den Briefkästen im Foyer im EG der Angewandten Mathematik (INF 294; Leerung 14 Uhr!). Bei Abgabe in der Vorlesung bitte Tutor oder Termin der Übungsgruppe angeben! Die aktuellen Übungsblätter sind als PDF-Dateien im Internet auf der Seite der Vorlesung abrufbar: http://www.math.uni-heidelberg.de/logic/SS07/thinf_SS07.html